



OpenFOAMにおける 混相流計算

2013/1/19

大阪大学大学院基礎工学研究科

岡野研 M1 山本 卓也

混相流とは

混相流・・・複数の相が混ざり合う流れ

例) 気液二相流(空気-水)

液液二相流(水-油)

固液二相流(粒子-水)

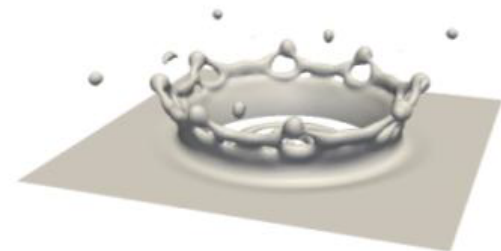
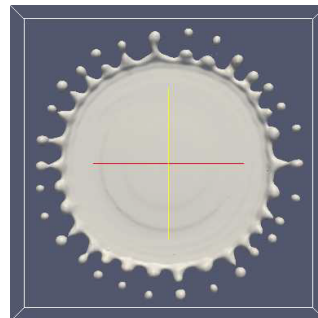
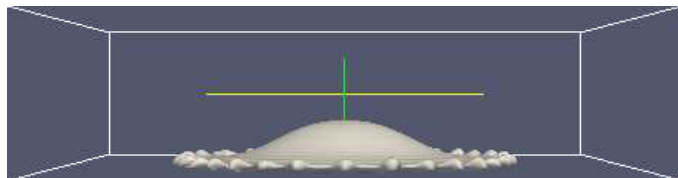
キャビテーション、気泡塔

有機溶媒と水の混合溶液

懸濁液

工業的に重要であることが多い

混相流例



横井, 数値流体シンポジウム, 2012, C03-4

富原ら, 数値流体シンポジウム, 2011, C04-3

様々な数値計算法が存在する



混相流の数値計算法

混相流のシミュレーションを分類すると以下の通りになる

- メッシュフリー法
- 界面捕獲法 (Interface Tracking)
- 界面追跡法 (Interface Capturing)
- 平均化(二流体)モデル

- メッシュフリー法

粒子法(MPS, SPH)

- 界面捕獲法

VOF法

Level-Set法

Phase Field法

- 界面追跡法

BFC(界面適合座標)

ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)

それぞれの手法の特徴

- メッシュフリー法

微小の粒子の運動で表現する
メッシュ分割が不必要
衝撃波等の不連続場の扱いが容易
大変形、歪みに対して精度保持
精度が悪い
計算時間多大

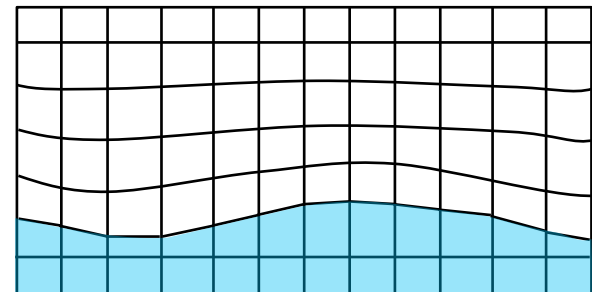
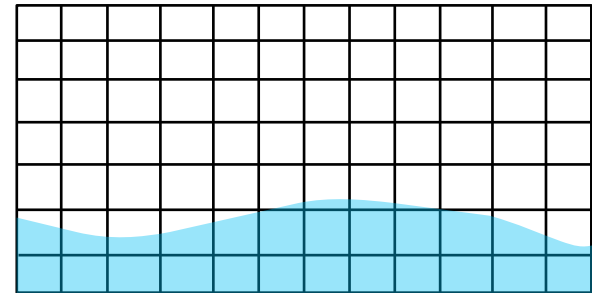
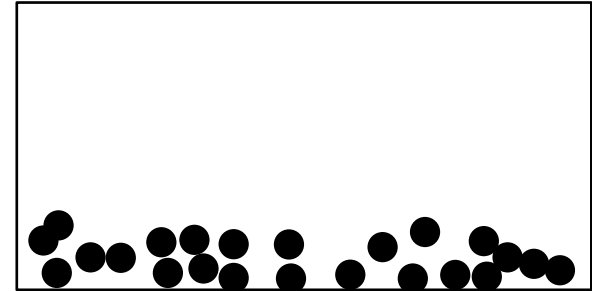
- 界面捕獲法

計算格子を移動せずに計算する
手法によって異なるが界面がなまる

- 界面追跡法

計算格子を時々刻々と移動する
精度がかなり高い
計算が破綻しやすい
砕波現象等の大変形をするものに不向き

概念図





OpenFOAMにおける実装

- メッシュフリー法

? 粒子法(MPS, SPH)

- 界面捕獲法

○VOF法

×Level-Set法

×Phase Field法

×(Front tracking法)

- 界面追跡法

△BFC(界面適合座標)

? ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)



混相流のコードが少ない
ほとんどVOF法を少し変えたもの(interFoam系)

そこで皆さん

一緒にコード開発しませんか??



OSAKA UNIVERSITY

VOF (Volume of Fluid) 法

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F}_\sigma + \rho \mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_\sigma = \sigma k \mathbf{n} \delta_s \quad k: \text{界面の曲率}$$

連続式

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

流体率 α の移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) = 0$$

$$\alpha = 1 \quad :: \text{liquid phase}$$

$$0 < \alpha < 1 \quad :: \text{interface}$$

$$\alpha = 0 \quad :: \text{gas phase}$$

- VOF法の欠点
界面の形状が明確に定義されない

- VOF法の長所
境界面の複雑な変形を伴う現象をシミュレート可能
アルゴリズムが単純

現在の研究ではVOF法を解くのみ
の研究は少ない



VOF法と様々なものを組み合わせてシミュレーション

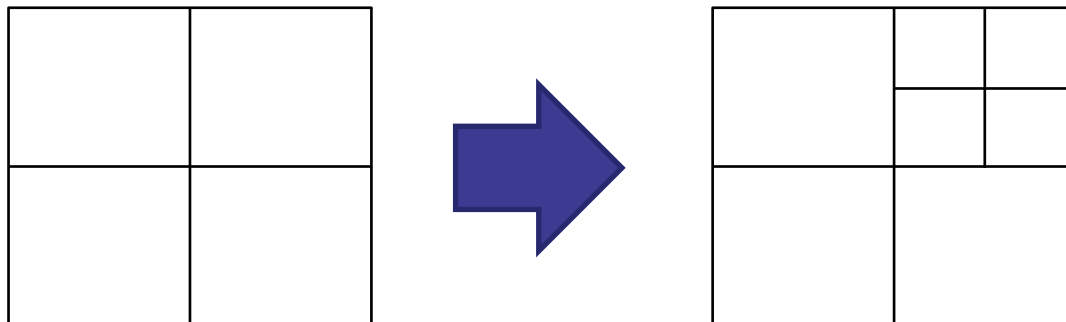


OpenFOAMにおけるVOF法の実装

InterFoam	VOF法のみ
InterDymFoam	VOF法+AMR
InterMixingFoam	VOF法(3つの流体の混合)
...	

OpenFOAMではAMRを用いることによりVOF法の誤差を低減

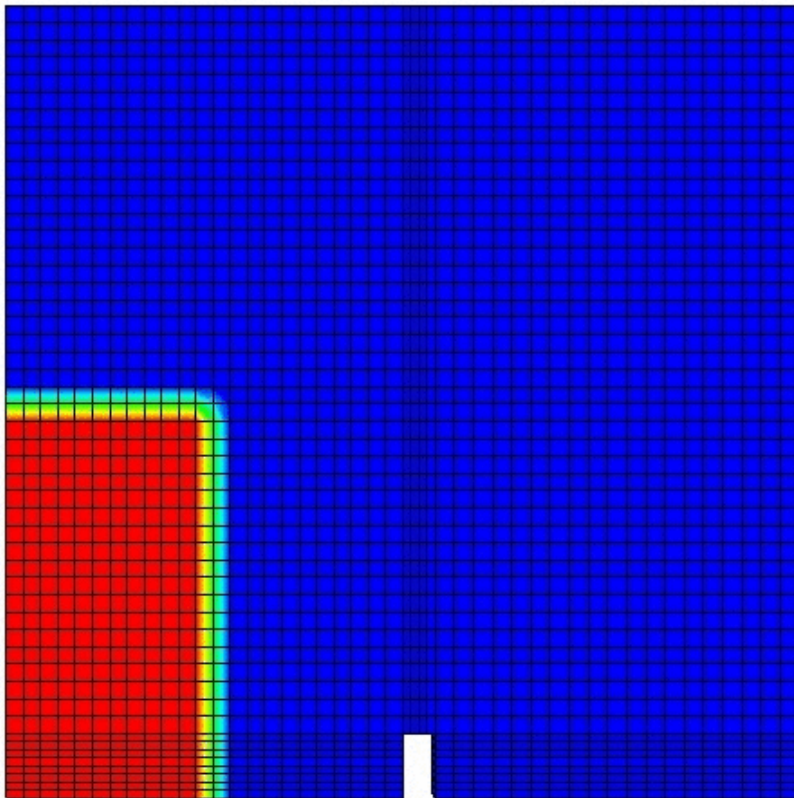
AMR(Adaptive Mesh Refinement)
局所格子分割するライブラリ



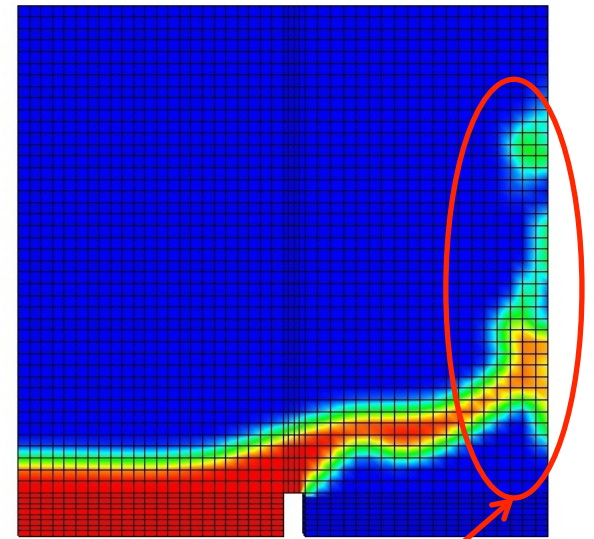
界面近傍で
局所格子分割

VOF法(InterFoam)

Dam Break (Tutorial)



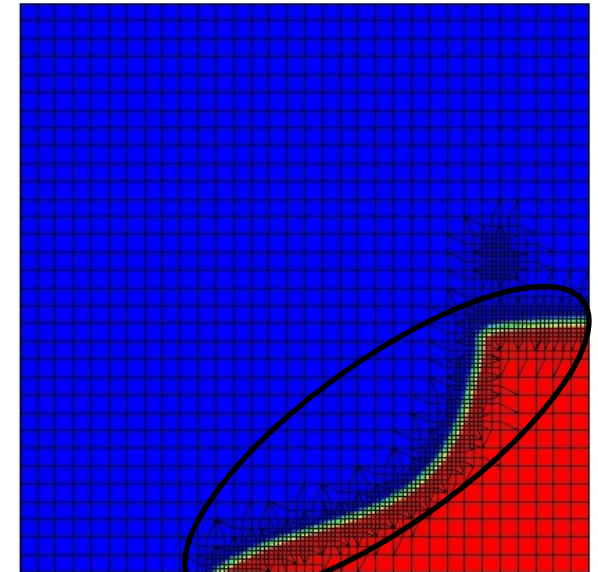
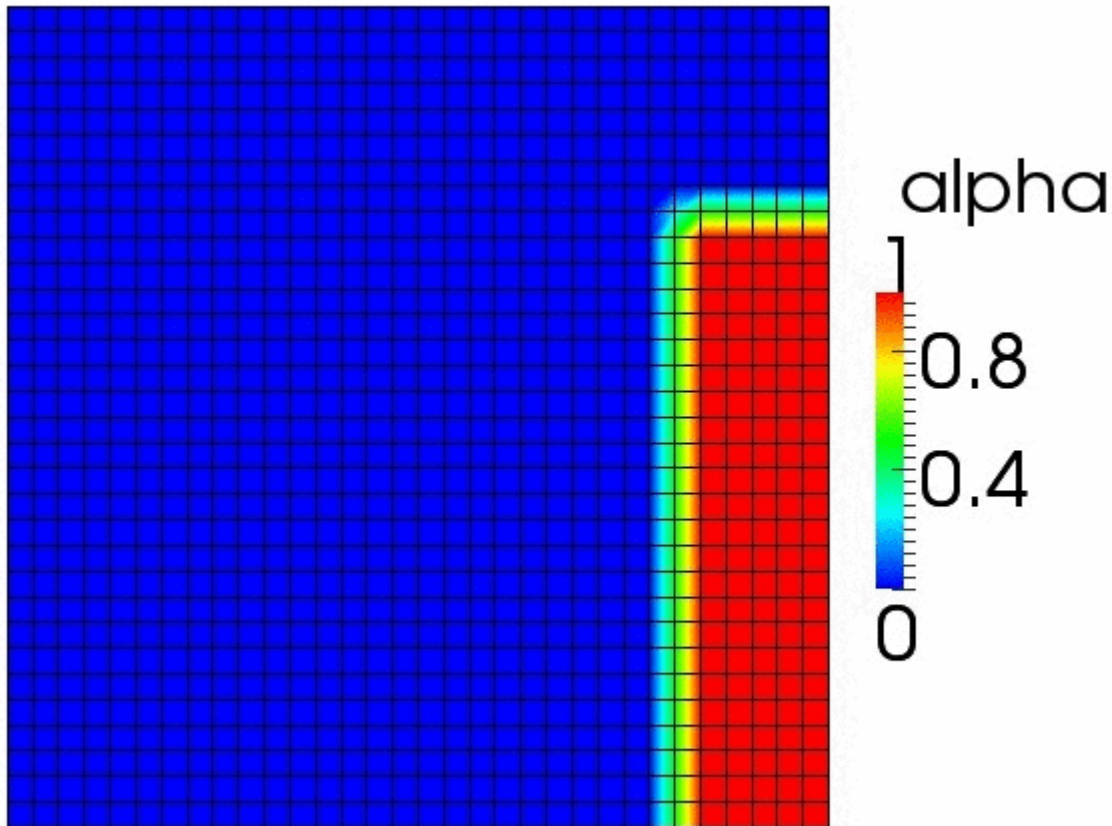
alpha
1
0.8
0.4
0



界面の拡散(誤差)
VOF法のみでは誤差が大きい

VOF法 + AMR (InterDymFoam)

Dam Break (Tutorial)



格子局所分割を行っている
格子分割のおかげで界面の拡散(誤差)が低下



VOF法の精度改善方法

VOF法

VOF法 + AMR

CLSVOF法

VOF/PLIC法

VOF(THINC/WLIC)法

数値スキーム

CIP法

WENO法

界面再構築のアルゴリズム

PLIC (Piesewise Linear Interface Calculation)

SLIC (Simple Line Interface Calculation)

WLIC (Weighted Line Interface Calculation)

様々なものが存在



CLSVOF法のOpenFOAMに対する
実装を目指す



VOF法のコード解読から始める



InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F}_\sigma + \rho \mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_\sigma = \sigma \kappa \mathbf{n} \delta_s$$

流体率 α の移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) = 0$$

$\alpha = 1$:: liquid phase

$0 < \alpha < 1$:: interface

$\alpha = 0$:: gas phase

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l$$

$$\mu = \alpha \mu_g + (1 - \alpha) \mu_l$$

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l$$

createFields.Hの中

```
// Need to store rho for ddt(rho, U)
```

```
volScalarField rho
```

```
(
```

```
  IOobject
```

```
  (
```

```
    "rho",
```

```
    runTime.timeName(),
```

```
    mesh,
```

```
    IOobject::READ_IF_PRESENT
```

```
  ),
```

```
  alpha1*rho1 + (scalar(1) - alpha1)*rho2,
```

```
  alpha1.boundaryField().types()
```

```
);
```



InterFoamのソースコード解読

Ver. 1.6.x

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F}_\sigma + \rho \mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_\sigma = \sigma \kappa \mathbf{n} \delta_s$$

流体率 α の移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) = 0$$

$$\alpha = 1 \quad :: \text{liquid phase}$$

$$0 < \alpha < 1 \quad :: \text{interface}$$

$$\alpha = 0 \quad :: \text{gas phase}$$

$$\underline{\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l}$$

$$\underline{\mu = \alpha \mu_g + (1 - \alpha) \mu_l}$$

$$\underline{\mu = \alpha \mu_g + (1 - \alpha) \mu_l}$$

/src/transportModels/incompressible/
incompressibleTwoPhaseMixture/
twoPhaseMixture.C
118行目

```
tmp<volScalarField> twoPhaseMixture::mu() const
{
    volScalarField limitedAlpha1 = min(max(alpha1_, scalar(0)), scalar(1));

    return tmp<volScalarField>
    (
        new volScalarField
        (
            "mu",
            limitedAlpha1*rho1 *nuModel1 ->nu()
            + (scalar(1) - limitedAlpha1)*rho2 *nuModel2 ->nu()
        )
    );
}
```

InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F}_\sigma + \rho \mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_\sigma = \sigma \kappa \mathbf{n} \delta_s$$

流体率 α の移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) = 0$$

$\alpha = 1$:: liquid phase

$0 < \alpha < 1$:: interface

$\alpha = 0$:: gas phase

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l$$

$$\mu = \alpha \mu_g + (1 - \alpha) \mu_l$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) = 0$$



液相領域 $\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}_l) = 0$

気相領域 $\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot ((1 - \alpha) \mathbf{v}_g) = 0$

小文字 l, g はそれぞれ液相、気相を表す。

再定義

$$\mathbf{v} = \alpha \mathbf{v}_l + (1 - \alpha) \mathbf{v}_g$$

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v}_l - \mathbf{v}_g$$

\mathbf{v}_r : 相関速度



InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F}_\sigma + \rho \mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_\sigma = \sigma \kappa \mathbf{n} \delta_s$$

流体率 α の移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) = 0$$

$\alpha = 1$:: liquid phase

$0 < \alpha < 1$:: interface

$\alpha = 0$:: gas phase

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l$$

$$\mu = \alpha \mu_g + (1 - \alpha) \mu_l$$

最終形

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) + \nabla \cdot ((1 - \alpha) \alpha \mathbf{v}_r) = 0$$

alphaEqn.H 中で設定

α 式の設定については後に説明



InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F}_\sigma + \rho \mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_\sigma = \sigma k n \delta_s$$

流体率 α の移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) = 0$$

$\alpha = 1$:: liquid phase

$0 < \alpha < 1$:: interface

$\alpha = 0$:: gas phase

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l$$

$$\mu = \alpha \mu_g + (1 - \alpha) \mu_l$$

表面張力モデルCSFモデル

(Brackbill (1992))

(Continuum Surface Force)

$$\mathbf{F}_\sigma = \sigma k n \delta_s$$

σ : 表面張力

k : 曲率

n : 法線ベクトル

δ_s : δ 関数

表面張力

面積力
(面にかかる力)



体積力
体積にかかる力



InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

- 支配方程式

$$F_\sigma = \sigma kn \delta_s$$

Navier-Stokes 式

Ueqn.H中
19行目

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + F_\sigma + \rho \mathbf{g}$$

$$F_\sigma = \sigma kn \delta_s$$

流体率 α の移流方程式

if (momentumPredictor)

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) = 0$$

$\alpha = 1$:: liquid phase

$0 < \alpha < 1$:: interface

$\alpha = 0$:: gas phase

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l$$

$$\mu = \alpha \mu_g + (1 - \alpha) \mu_l$$

```

{
  solve
  (
    UEqn
    ==
    fvc::reconstruct
    (
      fvc::interpolate(rho)*(g & mesh.Sf())
      + (
        fvc::interpolate(interface.sigmaK()) * fvc::snGrad(alpha1)
        - fvc::snGrad(p)
      ) * mesh.magSf()
    )
  );
}

```

sigmaK()とは??

snGrad(alpha1)とは??



InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F}_\sigma + \rho \mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_\sigma = \sigma \kappa \mathbf{n} \delta_s$$

流体率 α の移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) = 0$$

$\alpha = 1$:: liquid phase

$0 < \alpha < 1$:: interface

$\alpha = 0$:: gas phase

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l$$

$$\mu = \alpha \mu_g + (1 - \alpha) \mu_l$$

sigmaK()とは??

interfaceProperties.H 中
140行目

```
tmp<volScalarField> sigmaK() const
{
    return sigma_*K_;
}
```

sigma_ :surface tension

K_ :curvature

sigmaK()

$$\mathbf{F}_\sigma = \underline{\sigma \kappa} \mathbf{n} \delta_s$$

InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F}_\sigma + \rho \mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_\sigma = \sigma \kappa \mathbf{n} \delta_s$$

流体率 α の移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) = 0$$

$\alpha = 1$:: liquid phase

$0 < \alpha < 1$:: interface

$\alpha = 0$:: gas phase

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l$$

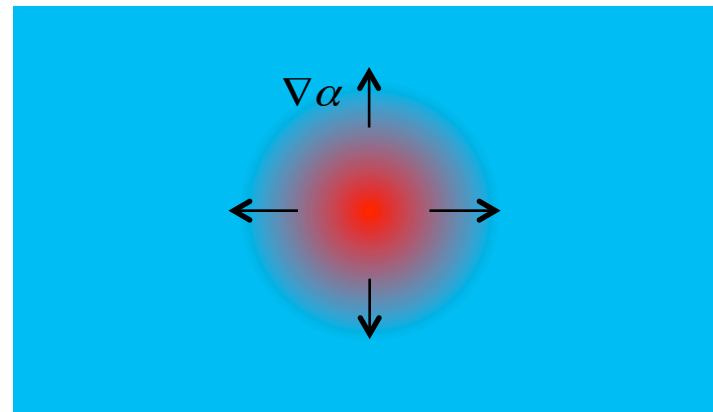
$$\mu = \alpha \mu_g + (1 - \alpha) \mu_l$$

snGrad(alpha1)とは??

プログラマズガイドより

面に垂直な勾配の単位ベクトルを表す。

α 場 (赤:流体, 青:気体)



$$\mathbf{n} = \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|}$$

α 式の設定

最終形 (微分形)

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) + \nabla \cdot ((1 - \alpha) \alpha \mathbf{v}_r) = 0$$



有限体積法なので
積分系に変換

ガウスの発散定理

$$\int_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{a} ds = \int_V \nabla \cdot \mathbf{a} dV$$

積分系

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \alpha dV + \int_{\Delta V} \nabla \cdot (\alpha \mathbf{v}) dV + \int_{\Delta V} \nabla \cdot ((1 - \alpha) \alpha \mathbf{v}_r) dV = 0$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \alpha dV + \int_S \alpha \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS + \int_S (1 - \alpha) \alpha \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n} dS$$

InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

非定常項はとりあえず無視して

α 式の設定

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \alpha dV + \int_S \alpha \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS + \int_S (1 - \alpha) \alpha \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n} dS$$

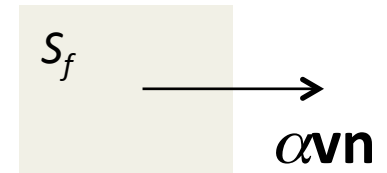
離散化

中点公式により近似

$$(\alpha \mathbf{v} \cdot \mathbf{n})_f \cdot S_f$$

$$((1 - \alpha) \alpha \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n})_f \cdot S_f$$

イメージ



ここで、 f はセル界面上を表す。
 S_f は表面積



これがOpenFOAMにどう組み込まれているか??

InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

alphaEqn.H 中 5~8行目

```
surfaceScalarField phic = mag(phi/mesh.magSf());
phic = min(interface.cAlpha()*phic, max(phic));
surfaceScalarField phir = phic*interface.nHatf();
```

プログラム上では

それぞれ
代入

$$\phi_c = \frac{\phi}{S_f}$$

$$\phi_c = \min(C_\alpha \times \phi_c, \max(\phi_c))$$

$$\phi_r = \phi_c \times n_f$$



$$\phi_r = n_f \min \left[C_\alpha \frac{\phi}{S_f}, \max \left(\frac{\phi}{S_f} \right) \right]$$

文字rから判断すると??

$$((1 - \alpha) \alpha v_r \cdot \mathbf{n})_f \cdot S_f$$



InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

alphaEqn.H 中
5~8行目

```
surfaceScalarField phic = mag(phi/mesh.magSf());  
phic = min(interface.cAlpha()*phic, max(phic));  
surfaceScalarField phir = phic*interface.nHatf();
```

find, grepでソース(src)内検索

src/transportModels/interfaceProperties/interfaceProperties.C 中

cAlpha, nHatf_, K_等の設定

InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

src/transportModels/interfaceProperties/interfaceProperties.C 中

117行目

```
// Face unit interface normal flux
nHatf_ = nHatfv_ & Sf;
```

$$n_f = n_{fv} \cdot S_f$$

131行目

```
// Simple expression for curvature
K_ = -fvc::div(nHatf_);
```

$$k = \nabla \cdot n_f$$

146行目

```
transportPropertiesDict_(dict),
cAlpha_
(
  readScalar
  (
```

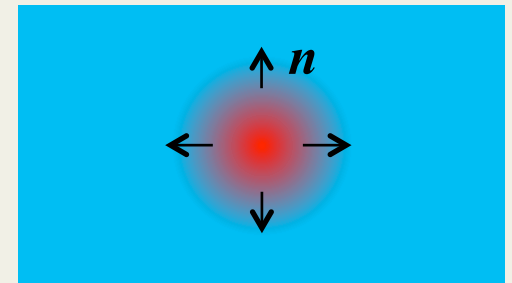
C_α の読み込み

```
alpha1.mesh().solutionDict().subDict("PISO").lookup("cAlpha
")
)
),
```

表面張力モデルCSFモデル
(Brackbill (1992))
(Continuum Surface Force)

$$F_\sigma = \sigma k n$$

$$k = \nabla \cdot n$$



InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

src/transportModels/interfaceProperties/interfaceProperties.C 中

113行目

```
// Face unit interface normal  
surfaceVectorField nHatfv = gradAlphaf/  
(mag(gradAlphaf) + deltaN_);
```

$$n_{fv} = \frac{(\nabla \cdot \alpha)_f}{|(\nabla \cdot \alpha)_f + \delta_N|}$$

156行目

```
deltaN_  
(  
    "deltaN",  
    1e-8/pow(average(alpha1.mesh().V()), 1.0/3.0)  
)
```

$$\delta_N = \frac{1.0e^{-8}}{(\sum_N V_i / N)^{1/3}}$$



個人的に物理的意味はまだ分かっていない。

InterFoamのソースコード解読

Ver. 1.6.x

alphaEqn.H 中
5~8行目

```
surfaceScalarField phic = mag(phi/mesh.magSf());  
phic = min(interface.cAlpha()*phic, max(phic));  
surfaceScalarField phir = phic*interface.nHatf();
```

最初の推測

$$\phi_r = n_f \min \left[C_\alpha \frac{\phi}{S_f}, \max \left(\frac{\phi}{S_f} \right) \right]$$

文字から判断すると??

$$((1 - \alpha) \alpha \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n})_f \cdot S_f$$



なんとなく
それっぽいという所までの理解



InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

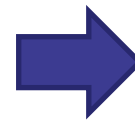
alphaEqn.H 中
9行目~

```
for (int aCorr=0; aCorr<nAlphaCorr; aCorr++)  
{  
    surfaceScalarField phiAlpha =  
        fvc::flux  
        (  
            phi,  $\phi\alpha$   
            alpha1,  
            alphaScheme  
        )  
    + fvc::flux  
        (  
            -fvc::flux(-phir, scalar(1) - alpha1,  
            alpharScheme),  $\phi_r(1-\alpha)\alpha$   
            alpha1,  
            alpharScheme  
        );  
  
    MULES::explicitSolve(alpha1, phi, phiAlpha, 1, 0);  
  
    rhoPhi = phiAlpha*(rho1 - rho2) + phi*rho2;  
}
```

Fvc::flux 流束を返す。

/src/finiteVolume/finiteVolume/
fvc/fvcFlux.c中

プログラム上では



$$\phi\alpha = \phi\alpha + \phi_r(1-\alpha)\alpha$$

MULES(Multidimensional Universal
Limiter for Explicit Solution)??


InterFoamのソースコード解説

Ver. 1.6.x

$$\phi\alpha = \phi\alpha + \phi_r(1-\alpha)\alpha \quad \phi_r = n_f \min \left[C_\alpha \frac{\phi}{s_f}, \max \left(\frac{\phi}{s_f} \right) \right]$$

α 式の設定

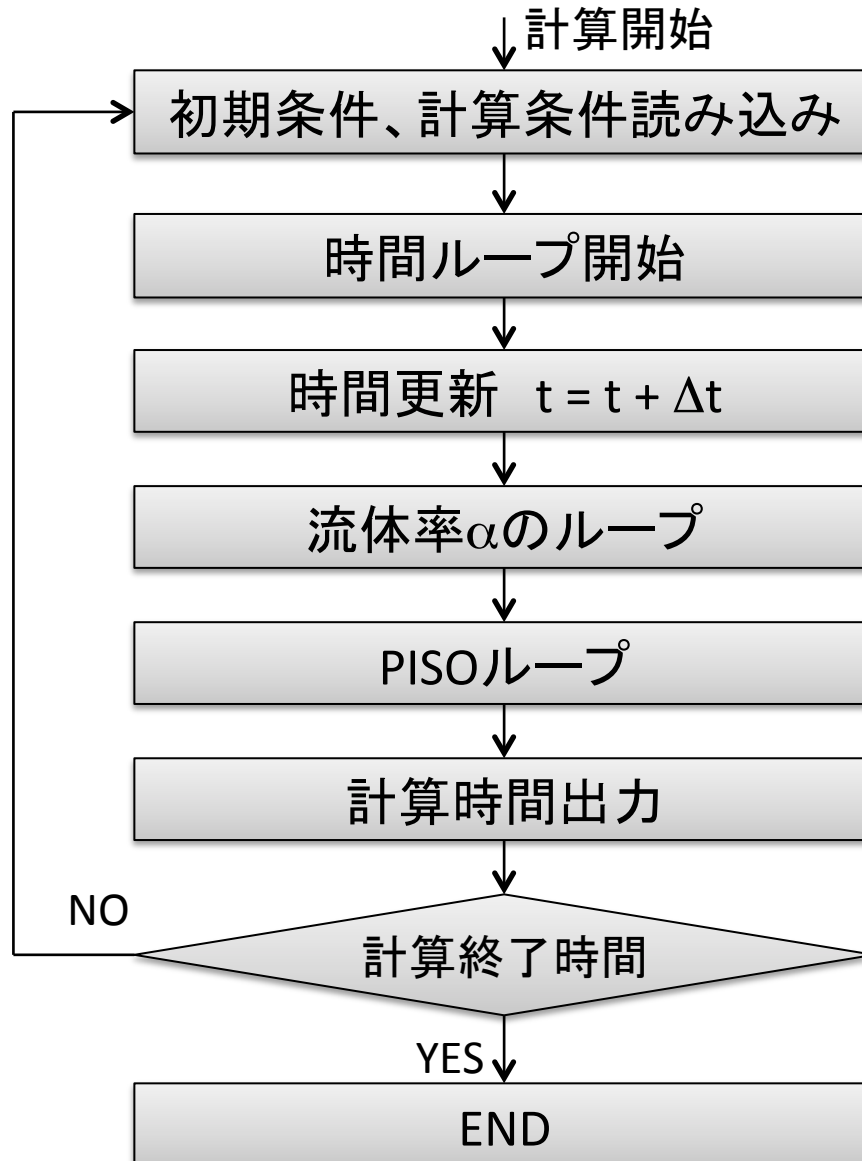
$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \alpha dV + \int_S \alpha \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS + \int_S (1-\alpha) \alpha \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n} dS$$



$$\phi = \mathbf{v} \cdot \mathbf{S}_f$$

ではないかと推測できる

InterFoamのアルゴリズム



InterFoam.C より



CLSVOF法

CLSVOF(Conjugate Level-Set and Volume Of Fluid)

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F}_\sigma + \rho \mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_\sigma = \sigma k \mathbf{n} \delta_s$$

k ; 曲率

$$k = \nabla \cdot \mathbf{n}$$



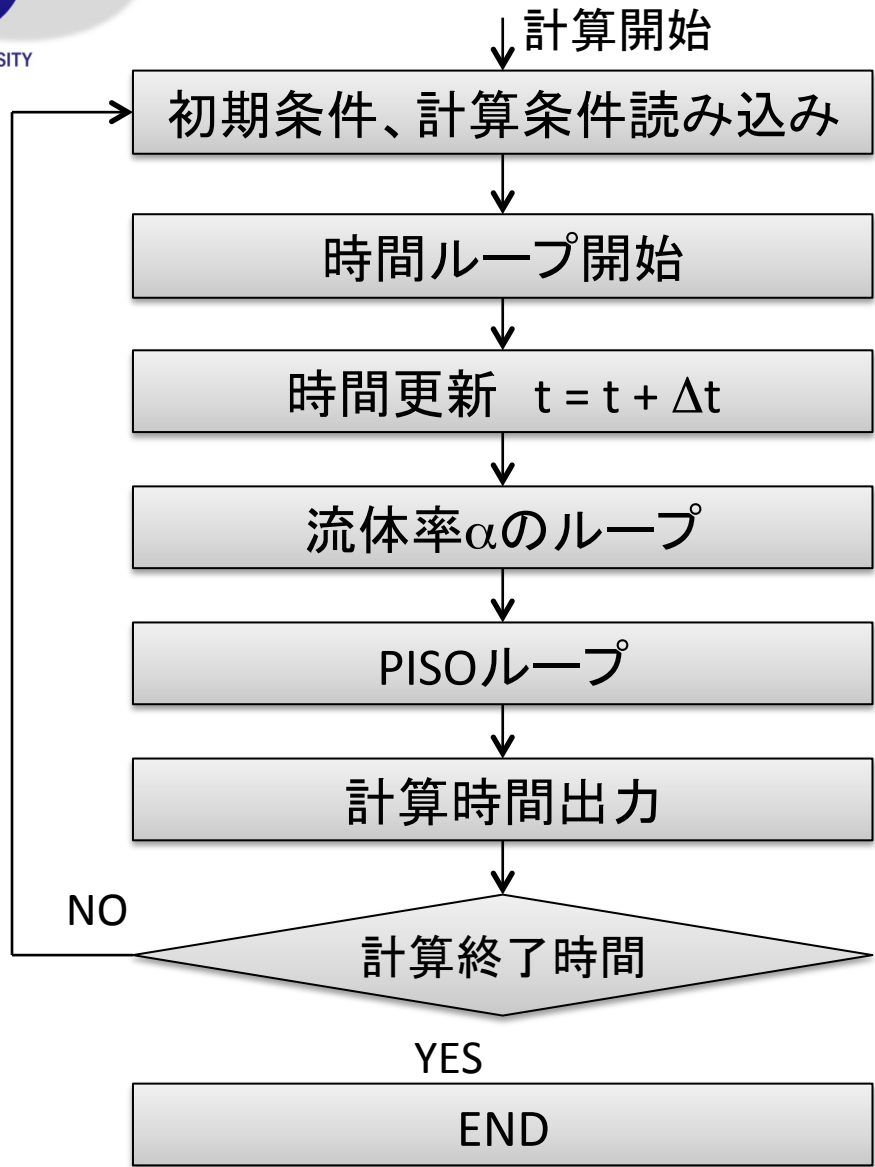
曲率等の計算を流体率 α を用いて計算する



Level-Set関数を用いて曲率等の計算



CLSVOF法のために変えるところ



← αの計算
外力項表面張力
CSFモデル



最後に

もう少し進捗する予定でしたがあまり進みませんでした。
すみませんでした。

現在はOpenFOAMの開発は趣味でやっています。

もう一度言いますが、

どなたか一緒に

**OpenFOAMで様々なコード開発に挑戦し
ませんか??**

特に混相流領域