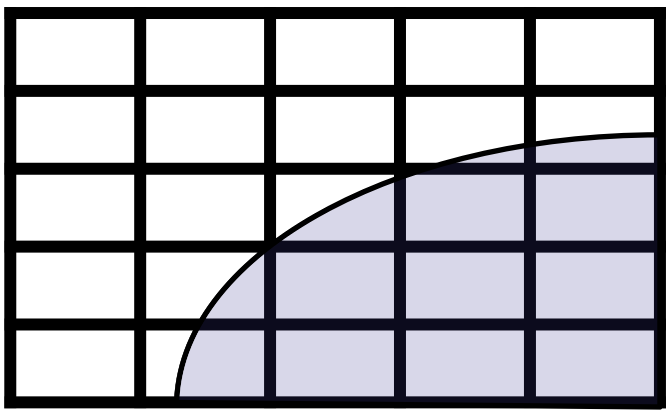
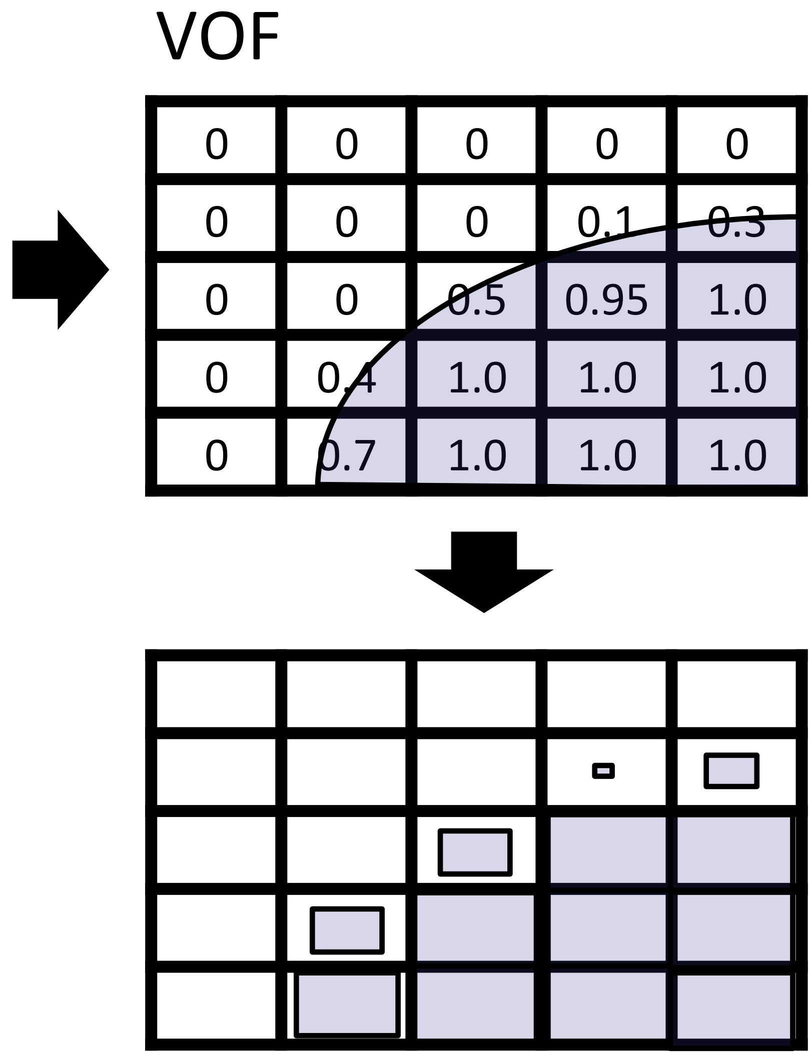
OpenFOAMに実装したS-CLSVOF法の検証

２０１３年１１月２３日

大阪大学大学院基礎工学研究科
物質創成専攻化学工学領域
修士２年　山本卓也

VOF法の界面再構築法

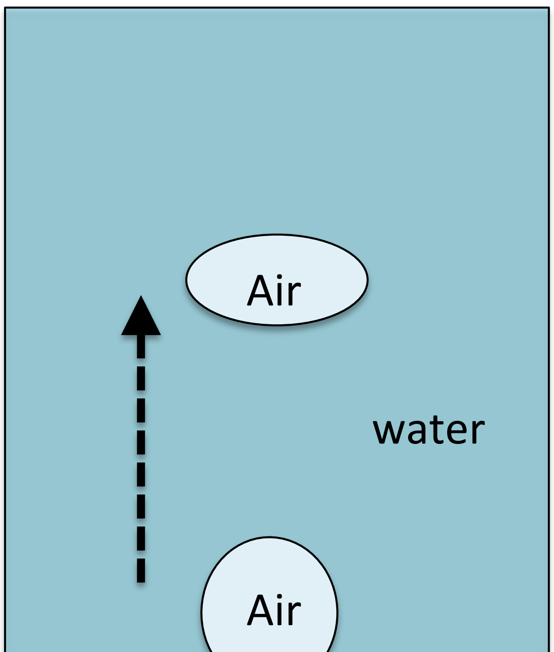




精度悪い
界面がなまりやすい

A. Albadawi *et al*. (2013)

S-CLSVOF (Simple Coupled Volume of Fluid with Level Set method)



→ OpenFOAM

VOF法(interFoam)

誤差大

実験

脱離時間
約35~50%
脱離体積
約25%

S-CLSVOF法

誤差小

実験

脱離時間
約2%
脱離体積
約3%

今回はS-CLSVOF法の実装とその検証

A. Albadawi *et al*., Int. J. Multiphase Flow, **53**, 11-28 (2013).

interFoam (VOF法)

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla \boldsymbol{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \boldsymbol{v} + \boldsymbol{F}_\sigma + \rho g$$

$\boldsymbol{F}_\sigma = \sigma k \boldsymbol{n} \delta_s$ CSFモデル

流体率αの移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \boldsymbol{v}) = 0$$

$\alpha = 1$ :: liquid phase

$0 < \alpha < 1$ :: interface

$\alpha = 0$ :: gas phase

$$\rho = \alpha \rho_l + (1-\alpha)\rho_g$$

$$\mu = \alpha \mu_l + (1-\alpha)\mu_g$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \boldsymbol{v}) = 0$$

液相領域 $$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \boldsymbol{v}_l) = 0$$

固相領域 $$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot ((1-\alpha)\boldsymbol{v}_g) = 0$$

小文字l, gはそれぞれ液相、気相を表す。

再定義

$$\boldsymbol{v} = \alpha \boldsymbol{v}_l + (1-\alpha)\boldsymbol{v}_g$$

$$\boldsymbol{v}_r = \boldsymbol{v}_l - \boldsymbol{v}_g$$

$\boldsymbol{v}_r$: 相関速度（圧縮速度）

interFoam (VOF法)

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla \boldsymbol{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \boldsymbol{v} + \boldsymbol{F}_\sigma + \rho g$$

$$\boldsymbol{F}_\sigma = \sigma k \boldsymbol{n} \delta_s$$

流体率αの移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \boldsymbol{v}) = 0$$

$\alpha = 1$ :: liquid phase

$0 < \alpha < 1$ :: interface

$\alpha = 0$ :: gas phase

$$\rho = \alpha \rho_l + (1 - \alpha) \rho_g$$

$$\mu = \alpha \mu_l + (1 - \alpha) \mu_g$$

<u>最終形</u>

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \boldsymbol{v}) + \boxed{\nabla \cdot ((1 - \alpha) \alpha \boldsymbol{v}_r)} = 0$$

alphaEqn.H中で設定

この項は界面上に働くもの
(1-α)αが入っているため

実際の物理現象では界面厚みがないため数値計算のために用いられる仮想的なもの

interFoam (VOF法)

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \boldsymbol{v}) + \nabla \cdot ((1-\alpha)\alpha \boldsymbol{v}_r) = 0$$

離散化（program中で解く形に変換）

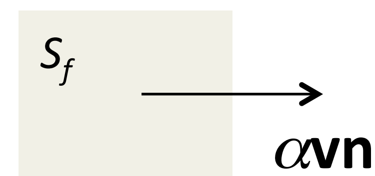
α式の設定

$$\frac{d}{dt}\int_{\Delta V} \alpha dV + \boxed{\int_S \alpha \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n} dS} + \boxed{\int_S (1-\alpha)\alpha \boldsymbol{v}_r \cdot \boldsymbol{n} dS}$$

離散化

中点公式により近似

イメージ



$$(\alpha \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n})_f \cdot S_f$$

$$((1-\alpha)\alpha \boldsymbol{v}_r \cdot \boldsymbol{n})_f \cdot S_f$$

ここで、fはセル界面上を表す。
S_fは表面積

MULESでこのfluxを計算

interFoam (VOF法)

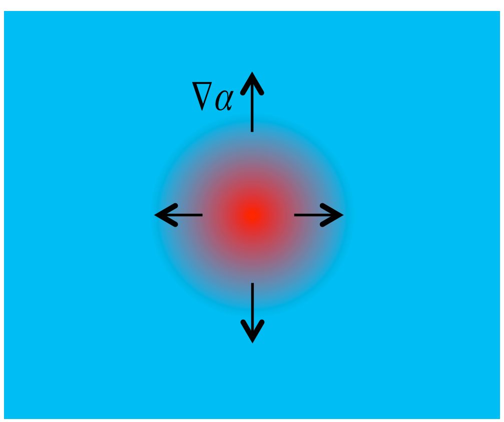
人工的に界面幅を圧縮する項

$$\left(\left(1-\alpha\right)\alpha\underline{\boldsymbol{v_r}\cdot\boldsymbol{n}}\right)_f\cdot\underline{S_f}$$

OpenFOAMのコード内

$$n_f\min\left[C_\alpha\frac{\left|u_f\cdot S_f\right|}{\left|S_f\right|},\max\left(\frac{\left|u_f\cdot S_f\right|}{\left|S_f\right|}\right)\right]$$

α場(赤:流体,
青:気体)



$$n_f=n_{fv}\cdot S_f$$

$$n_{fv}=\frac{\left(\nabla\alpha\right)_f}{\left|\left(\nabla\alpha\right)_f+\delta_N\right|}$$

$$\delta_N=\frac{1.0e^{-8}}{\left(\sum_N V_i/N\right)^{1/3}}$$

解を安定化するもの
(n_{fv}が無限大になるのを防ぐ)

S-CLSVOF法

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla \boldsymbol{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \boldsymbol{v} + \boldsymbol{F}_\sigma + \rho g$$

流体率αの移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\alpha \boldsymbol{v} \right) = 0$$

$\alpha = 1$ :: liquid phase

$0 < \alpha < 1$ :: interface

$\alpha = 0$ :: gas phase

$$\rho = \alpha \rho_l + (1 - \alpha) \rho_g$$

$$\mu = \alpha \mu_l + (1 - \alpha) \mu_g$$

Level-Set関数 ϕ

$$\phi_0 = (2\alpha - 1) \cdot \Gamma$$

Γ; 無次元数

$$\Gamma = 0.75 \Delta x$$

Δx ; 無次元数

Re-initialization equation

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = S\left(\phi_0\right)\left(1 - \left|\nabla \phi\right|\right)$$

$$\phi\left(x, 0\right) = \phi_0\left(x\right)$$

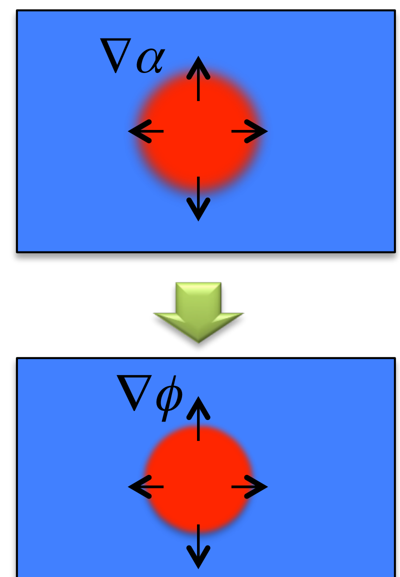
反復回数ϕ_{corr}

$$\phi_{corr} = \frac{\varepsilon}{\Delta \tau}$$

界面幅ε

$$\varepsilon = 1.5 \Delta x$$

イメージ



S-CLSVOF法

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla\boldsymbol{v} = -\nabla P + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} + \boldsymbol{F}_\sigma + \rho g$$

流体率αの移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla\cdot\left(\alpha\boldsymbol{v}\right) = 0$$

$\alpha = 1$ :: liquid phase

$0 < \alpha < 1$ :: interface

$\alpha = 0$ :: gas phase

$$\rho = \alpha\rho_l + (1-\alpha)\rho_g$$

$$\mu = \alpha\mu_l + (1-\alpha)\mu_g$$

CSFモデル

$$\boldsymbol{F}_\sigma = \sigma k \delta \nabla\phi$$

曲率

$$k = -\nabla\cdot\boldsymbol{n}_f = -\nabla\cdot\left(\frac{\left(\nabla\phi\right)_f}{\left(\nabla\phi\right)_f + \delta}\right)$$

ダイラック関数δ

$$\delta\left(\phi\right) = 0 \qquad \left|\phi\right| > \varepsilon$$

$$\delta\left(\phi\right) = \frac{1}{2\varepsilon}\left(1 + \cos\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right)\right) \qquad \left|\phi\right| \le \varepsilon$$

ヘビサイド関数H

$$H\left(\phi\right) = 0$$

$$H\left(\phi\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\phi}{\varepsilon} + \frac{1}{\pi}\sin\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right)\right)$$

$$H\left(\phi\right) = 1$$

S-CLSVOF法

- 支配方程式

Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla\boldsymbol{v} = -\nabla P + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} + \boldsymbol{F}_\sigma + \rho g$$

流体率αの移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla\cdot\left(\alpha\boldsymbol{v}\right) = 0$$

$\alpha = 1$ :: liquid phase

$0 < \alpha < 1$ :: interface

$\alpha = 0$ :: gas phase

$$\rho = \alpha\rho_l + (1-\alpha)\rho_g$$

$$\mu = \alpha\mu_l + (1-\alpha)\mu_g$$

ヘビサイド関数H

$$H(\phi) = 0 \qquad \phi < -\varepsilon$$

$$H(\phi) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\phi}{\varepsilon} + \frac{1}{\pi}\sin\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right)\right) \qquad |\phi| \le \varepsilon$$

$$H(\phi) = 1 \qquad \phi > \varepsilon$$

$$\rho = H\rho_l + (1-H)\rho_g$$

$$\mu = H\mu_l + (1-H)\mu_g$$

一般には物性値をヘビサイド関数で更新
しかし、A. Albadawi *et al.* (2013)では
物性値はヘビサイド関数で更新せず

検証１（Laplace圧の測定）

- A. Albadawi *et al.*(2013)で行われている一つの検証問題

元々は M. M. Francois *et al.*, J. Comput. Phys., **213**, 141-173 (2006).

Laplace圧

２種の流体を分ける表面を横切るときに生ずる静水圧のジャンプΔp (表面張力の物理学(p.8)より　著　ドゥジェンヌ、ブロシャール–ヴィアール、ケレ　訳　奥村剛)

$$\Delta p = \gamma\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

$$\Delta p = p_0^{in} - p_\infty^{out}$$

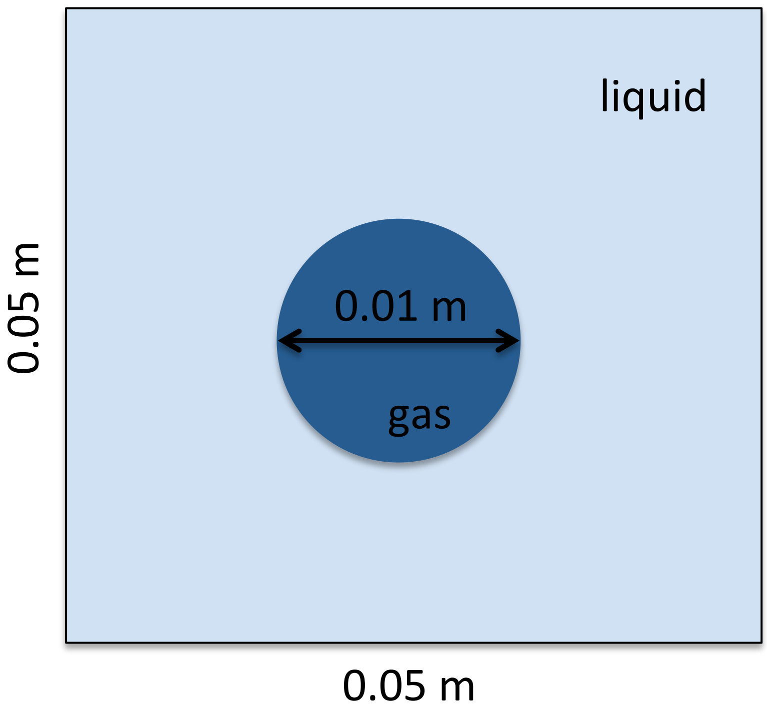
p_0^{in} 気泡中心部の圧力

p_∞^{out} 壁境界での圧力

数値計算による圧力差と理論値の比較

検証１（Laplace圧の測定）

- 計算条件



物性値

γ 0.01 N/m

ρ_g 1 kg/m^3

μ_g 10^{-5} kg/(ms)

ρ_l 1000 kg/m^3

μ_l 10^{-3} kg/(ms)

等間隔格子

DX = 0.001 m (Fine)

= 0.0005 m (Coarse)

無重力条件

（静置条件）

計算時間

0.1 sec.

(Δt = 1x10^{-5} sec. (Coarse))

(Δt = 5x10^{-6} sec. (Fine))

理論値のラプラス圧

$$\Delta p_{exact} = \gamma\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) = 2$$

相対圧力誤差E_0

$$E_0 = \frac{\left|\Delta p - \Delta p_{exact}\right|}{\Delta p_{exact}}$$

計算によるラプラス圧

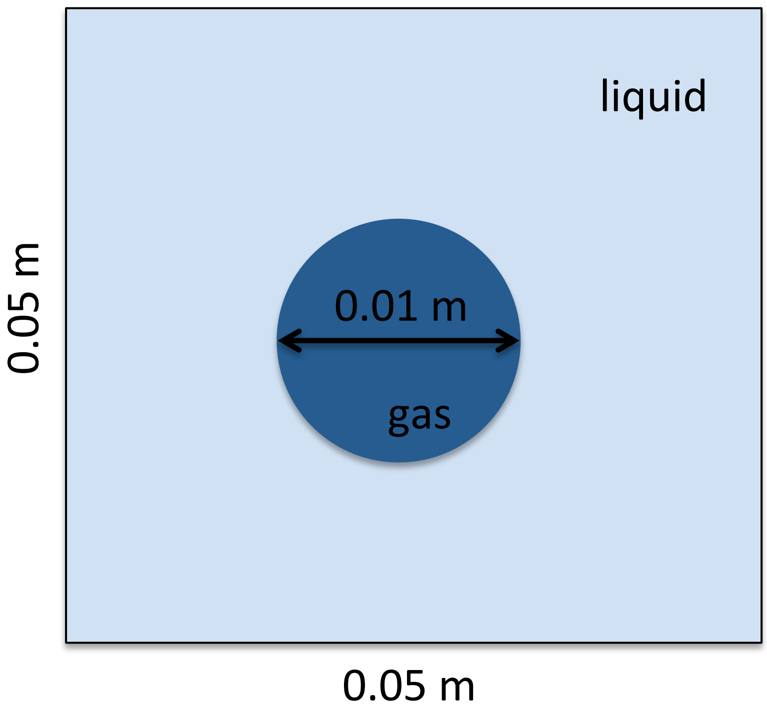
$$\Delta p = p_0^{in} - p_\infty^{out}$$

p_0^{in}　気泡中心部の圧力

p_∞^{out}　壁境界での圧力

検証１（Laplace圧の測定）

- 計算結果



手法	E_0
S-CLSVOF (F)	1.210
S-CLSVOF (C)	0.1749
VOF (F)	19.29
VOF (C)	25.23

理論値のラプラス圧

$$\Delta p_{exact} = \gamma\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) = 2$$

相対圧力誤差E_0

$$\underset{(\%)}{E_0} = \frac{\left|\Delta p - \Delta p_{exact}\right|}{\Delta p_{exact}} \times 100$$

計算によるラプラス圧

$$\Delta p = p_0^{in} - p_\infty^{out}$$

p_0^{in}　気泡中心部の圧力

p_∞^{out}　壁境界での圧力

まとめ

- S-CLSVOF法の実装に成功した
- S-CLSVOF法の方が確実に精度が高い
- 計算時間少し上昇
- 他のケースにも実装予定
- 物性値の更新も実装予定
- コードが見せれるようになればOpenにする予定(綺麗に書き直し・コード検証)
- CLSVOF法も時間があれば挑戦予定
- LS関数の境界条件の実装は怪しい
- ダイナミックな変形問題への検証